

Es.76 pag. 453:

Nel piano xOy determinare

- l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y passante per A(-4 ; 0) e avente vertice V(-2 ; 2)
- l'equazione della retta parallela all'asse x sulla quale la parabola stacca una corda di lunghezza 2
- l'equazione della circonferenza di centro C(0 ; 2) e tangente alla retta AV
- l'area del triangolo AVC

Piano di risoluzione

Trovo l'equazione della parabola mettendo a sistema il punto A e le coordinate del vertice.
Mettendo a sistema la parabola con $y=\alpha$ e poi facendo la distanza tra 2 punti uguagliando la lunghezza nota della corda trovo l'equazione della retta parallela all'asse x. Trovo il raggio della circonferenza usando la formula della distanza punto/retta e con il centro calcolo l'equazione della circonferenza.

Risoluzione

Trovo la parabola:

$$\begin{cases} 0 = 16a - 4b + c \\ b = 4a \\ 2 = 4a - 2b + c \end{cases} \xrightarrow{\text{yields}} \begin{cases} 2 = -4a \\ b = 4a \\ c = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{yields}} \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -2 \\ c = 0 \end{cases}$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x$$

Trovo la retta parallela all'asse x:

$$\begin{cases} y = \alpha \\ y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x \end{cases} \xrightarrow{\text{yields}} x = -2 \pm \sqrt{4 - 2\alpha}$$

$$B = (-2 - \sqrt{4 - 2\alpha}, \alpha) \quad D = (-2 + \sqrt{4 - 2\alpha}, \alpha)$$

$$BD=2 \quad 2\sqrt{4 - 2\alpha} = 2 \xrightarrow{\text{yields}} \alpha = \frac{3}{2}$$

$$y = 3/2$$

Trovo la circonferenza:

$$AV \xrightarrow{\text{yields}} y = x + 4 \quad d(C, AV) \xrightarrow{\text{yields}} r = \frac{|-2+4|}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$(x)^2 + (y - 2)^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 \xrightarrow{\text{yields}} x^2 + y^2 - 4y + 2 = 0$$

(F1)

Trovo triangolo AVC:

$$C(0,2) \quad A(-4,0) \quad V(-2,2) \quad B(-4,-2) \quad O(0,0)$$

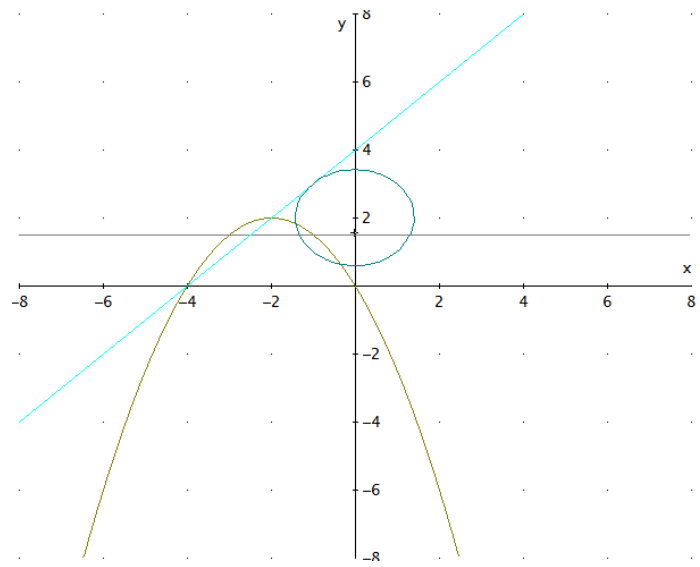
$$ABCO=8$$

$$ABV=2$$

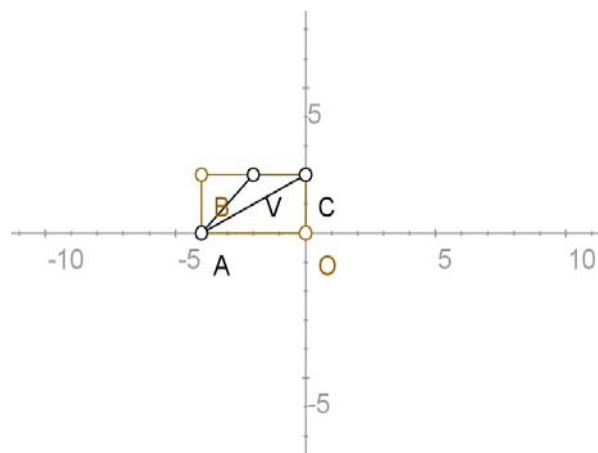
$$AOC=4$$

$$\text{triangolo AVC} = 8 - 2 - 4 = 2$$

(F2)



F1



F2