Es1-parabola2) -Nel piano xOy determinare l'equazione dalla parabola γ con asse parallelo all'asse y e di vertice V(1/2;-5/4) e tangente alla retta r:y-3x+5=0.
Determinare poi l'area del segmento parabolico individuato da γ e dalla retta s di equazione
x-y+3=0.

Piano di risoluzione
Trovo la parabola mettendo a sistema l'equazione della parabola con incognita *a* conoscendo il vertice e la retta tangente e poi ponendo come condizione il delta uguale 0. Calcolo la tangente parallela alla retta s , trovo i 2 punti che intersecano la parabola, con la distanza punto/retta tra le 2 rette trovo un lato e l'altro lo trovo avendo i 2 punti. Poi applico la regola di Archimede.

Risoluzione
Trovo la parabola :

$$\begin{cases} \left(y+\frac{5}{4}\right) = a\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 \\ y = 3x-5 \end{cases} \xrightarrow{yields} \begin{cases} y = ax^2 - ax + \frac{1}{4}a - \frac{5}{4} \\ y = 3x-5 \end{cases} \xrightarrow{yields} 4ax^2 + (4a+12)x + (a+15) = 0 \xrightarrow{\Delta}$$

Un segno errato, senza conseguenze

$$(4a+12)^2 - 16a(a+15) = 0 \xrightarrow{yields} a = 1$$

$$\left(y+\frac{5}{4}\right) = 1\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 \xrightarrow{yields} y = x^2 - x - 1$$

Trovo l'area del segmento parabolico:

$$\begin{cases} y = x^2 - x - 1 \\ y = x+3 \end{cases} \xrightarrow{yields} A\left(1-\sqrt{5}, 4-\sqrt{5}\right) B\left(1+\sqrt{5}, 4+\sqrt{5}\right)$$

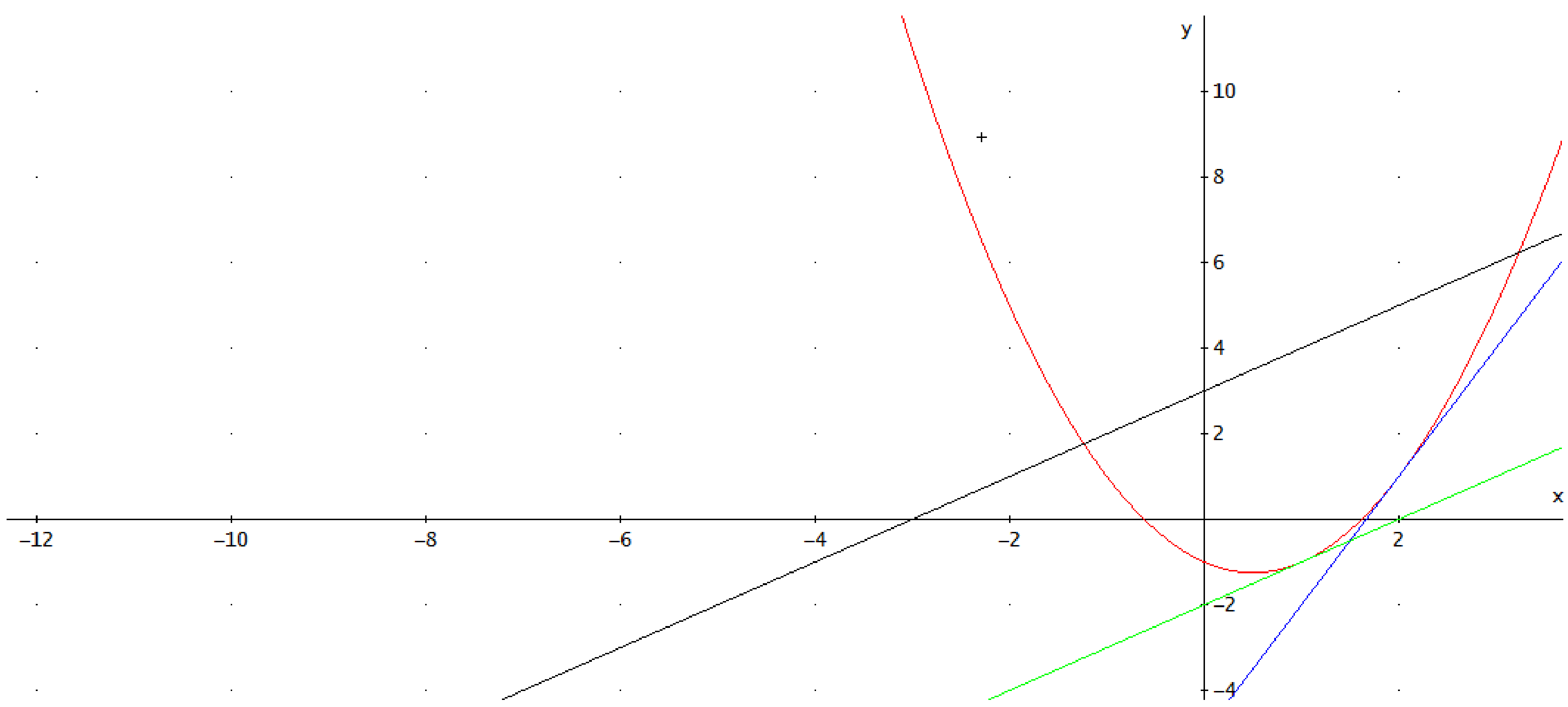
$$\begin{cases} y = x^2 - x - 1 \\ y = x+k \end{cases} \xrightarrow{yields} x^2 - 2x - (k+1) = 0 \xrightarrow{\Delta} k = -2$$

$y = x-2$ $\qquad A\left(1-\sqrt{5}, 4-\sqrt{5}\right)$

$AH = \frac{|-5|}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ $\qquad AB = 2\sqrt{10}$

AH*AB*2/3

$$2\sqrt{10} * \frac{5\sqrt{2}}{2} * \frac{2}{3} = \frac{20\sqrt{5}}{3}$$



Es2-parabola2) - Data la parabola γ di equazione $y = x^2 - 2x + 1$ determinare:
- l'equazione della retta parallela alla y=3x-1 che individua sulla parabola una corda di misura 4.
- l'equazione della retta ad essa tangente nel suo punto di ascissa 2.

Piano di risoluzione
Trovo la retta parallela mettendo a sistema la parabola con l'equazione della retta con coeff. angolare noto e *k* come incognita riguardante la traslazione della retta, trovo i 2 punti e calcolo la distanza punto/punto uguagliata a 4. La retta tangente la determino con le formule di sdoppiamento.

Risoluzione
Trovo la retta parallela:

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x + 1 \\ y = 3x + k \end{cases} \xrightarrow{yields} x^2 - 5x + (1-k) = 0 \xrightarrow{yields} x = 5 \pm \sqrt{21+4k}\,/2$$

$$A\left(\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{21+4k}}{2}, 15 - \frac{3\sqrt{21+4k}}{2} + k\right) \qquad B\left(\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{21+4k}}{2}, 15 + \frac{3\sqrt{21+4k}}{2} + k\right)$$

$AB = 4$

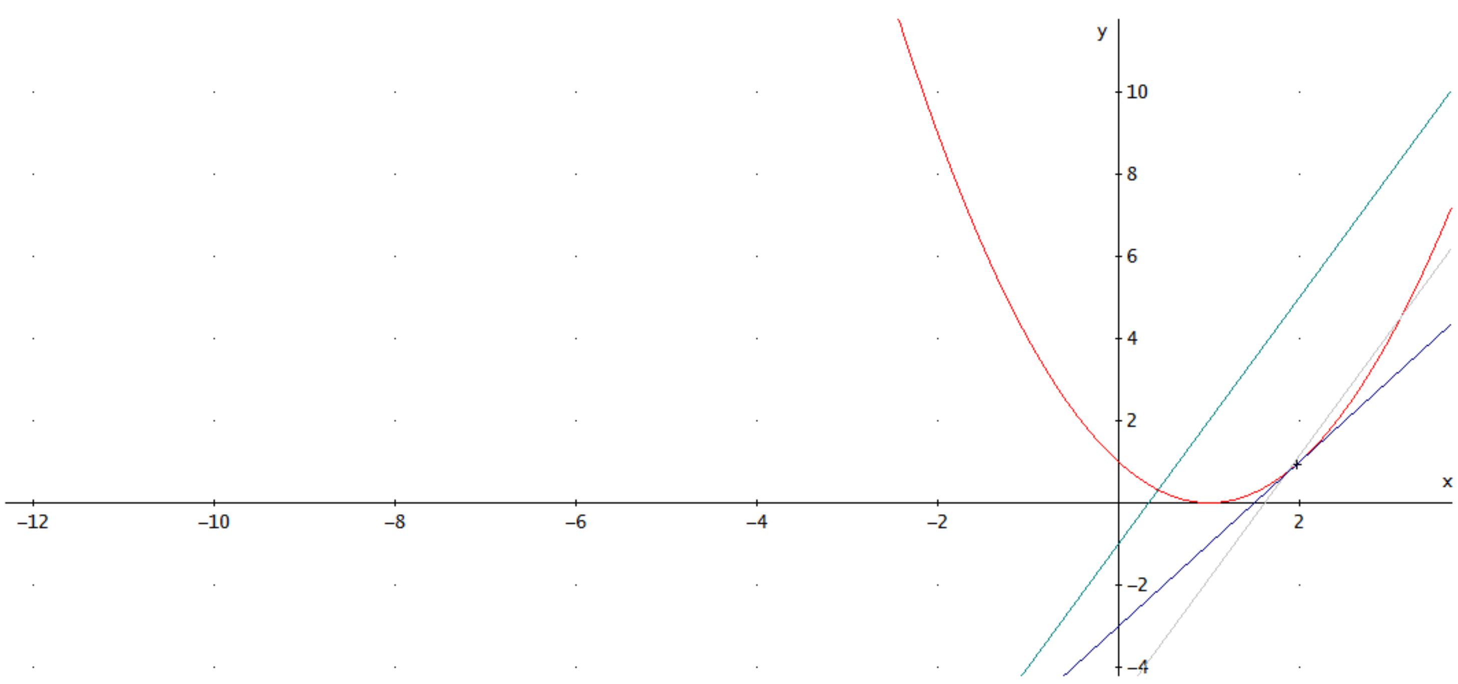
$$\sqrt{\left(2\frac{\sqrt{21+4k}}{2}\right)^2 + \left(\frac{6\sqrt{21+4k}}{2}\right)^2} = 4 \xrightarrow{yields} 840 + 160k = 64 \xrightarrow{yields} k = -\frac{97}{20}$$

$y = 3x + k$

Trovo la retta tangente:

$$T(2, ..) \xrightarrow{yields} y = 4 - 4 + 1 = 1$$

$$\frac{y+1}{2} = 2x - 2 * \frac{x+2}{2} + 1 \xrightarrow{yields} y = 2x - 3$$



Es3-parabola2) - Ricavare con l'ausilio della definizione l'equazione della parabola di fuoco F(3,1) e direttrice di equazione x=1.

Piano di risoluzione

La parabola è il luogo geometrico dei punti equidistanti da un punto fisso detto fuoco e da una retta fissa detta direttrice.

Risoluzione

$$\sqrt{(x-3)^2+(y-1)^2}=|x-1| \xrightarrow{yields} x=\frac{1}{4}y^2-\frac{1}{2}y-\frac{9}{4}$$