Es.84 pag. 399:

Dati i punti A(-2 , 2) , B(4 , -4) e H(0 ,8)

a) determinare l'equazione della circonferenza passante per A e B e avente il centro sulla retta x+2y-8=0

b) trovare le equazioni delle rette t_1 e t_2 passanti per H e tangenti alla circonferenza

c) detta t_1 la tangente con coefficiente angolare positivo, determinare le rette ad essa perpendicolari che formano con gli assi cartesiani un triangolo di area $\frac{54}{5}$

d) determinare i punti di t_1 che hanno distanza $\sqrt{2}$ dalla retta x+y-1=0

Piano di risoluzione

Trovo l'equazione della circonferenza mettendo a sistema la retta perpendicolare di AB e con retta passsante x il centro. Per trovare t_1 e t_2 uso la formula della distanza punto/retta con il centro e con la retta passante per H (con coefficentene angolare m) uguagliata al raggio. Le rette perpendicolari le trovo mettendo a sistema il fascio di rette con coefficiente -1 con y=0 e con x=0, trovo i punti di intersezione con gli assi e uso la formula per calcolare l' area del triangolo uguagliando 54/5. Per determinare i punti di t_1 prima trovo l'intersezione della retta t_1 e della retta x+y-1=0, per determinare un punto metto a sistema l'equazione della retta t_1 e la formula della distanza retta/punto uguagliata a $\sqrt{2}$, per trovare l'altro punto faccio la formula inversa del punto medio.

Risoluzione

Trovo la circonferenza:

Non doveva passare per il centro?

Asse AB: $m = -1 = 1$ $\qquad (y-2) = 1(x+2) \qquad y = x+4$

$$\begin{cases} y = x+4 \\ y = -\frac{x}{2}+4 \end{cases} \xrightarrow{yields} \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \end{cases}$$

C(0,4) $\qquad r = AC = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$

$(x)^2 + (y-4)^2 = 8$

$x^2+y^2-8y+8=0$

Trovo t_1 e t_2:

H(0,8) $\qquad (y-8) = m(x) \xrightarrow{yields} y = mx+8$

$\frac{|-4+8|}{\sqrt{m^2+1}} = 2\sqrt{2} \xrightarrow{yields} m^2-1=0 \xrightarrow{yields} m = \pm 1$

t_1=x+8 e t_2=-x+8

Trovo le rette perpendicolari:

$$T\begin{cases} y = -x+k \\ x = 0 \end{cases} \xrightarrow{yields} \begin{cases} x = 0 \\ y = k \end{cases} \xrightarrow{yields} T(0,k)$$

$$S\begin{cases} y = -x+k \\ y = 0 \end{cases} \xrightarrow{yields} \begin{cases} x = k \\ y = 0 \end{cases} \xrightarrow{yields} S(k,0)$$

$\frac{OS*TO}{2} = \frac{54}{5} \qquad OS = k \qquad TO = k$

$\frac{k^2}{2} = \frac{54}{5} \xrightarrow{yields} 5k^2 = 108 \xrightarrow{yields} k = \pm\sqrt{\frac{108}{5}}$

$y = -x \pm \sqrt{\frac{108}{5}}$

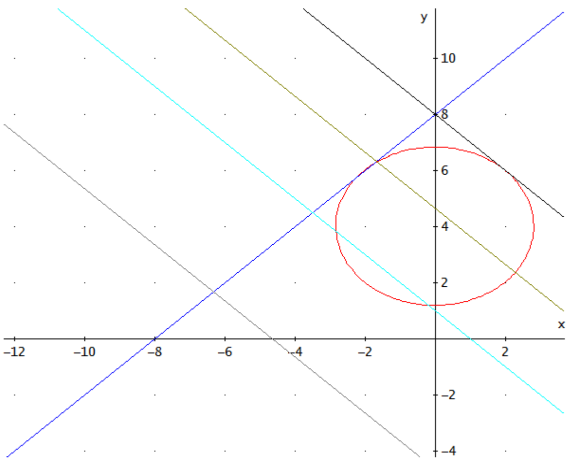
Trovo i punti di t_1:

$$\alpha \begin{cases} y = -x + 1 \\ y = x + 8 \end{cases} \xrightarrow{yields} \begin{cases} x = -\frac{7}{2} \\ y = \frac{9}{2} \end{cases}$$ (punto di intersezione)

$$\beta \begin{cases} \frac{|x + y - 1|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \\ y = x + 8 \end{cases} \xrightarrow{yields} \begin{cases} x = -\frac{5}{2} \\ y = \frac{11}{2} \end{cases}$$

Non dà un solo risultato, perché il valore assoluto si può togliere in due modi: x+y-1=2 oppure –(x+y-1)=2 e così avresti i due risultati senza fare la riflessione

$$\gamma \left(-\frac{7}{2} = \frac{-\frac{5}{2} + x}{2}, \frac{9}{2} = \frac{\frac{11}{2} + y}{2} \right) \xrightarrow{yields} \left(-\frac{9}{2}, \frac{7}{2} \right)$$



A parte l’errore iniziale, il resto va bene. Per accorgerti dell’errore iniziale avresti potuto iniziare il disegno con C.a.R. mettendo i punti A e B (che nel tuo disegno non si vedono) e ti saresti accorto che il tuo cerchio non passa per A e B, ma solo per A