

Venerdì 17: porta sfortuna?

Silvano Rossetto
Istituto Tecnico per il Turismo
G. Mazzotti - Treviso

Tutti sanno che venerdì 17 porta sfortuna; ma, se se ne parla un po', le mie allieve, loro no, non ci credono... Questo è stato un bel argomento che le ha tenute vive per una settimana a cavallo tra i due quadrimestri, in attesa delle (non troppo) temute pagelle, prima di riprendere il nostro percorso. E' stato anche un modo di parlare di probabilità senza tante formalità e usare un po' di aritmetica in modulo, argomento non troppo frequentato a scuola.

Si dice, appunto, che venerdì 17 porti sfortuna: ma è un evento così raro e a caso (ammesso che la sfortuna sia rara e casuale)?

Probabilità del venerdì 17

Ogni mese il 17 casca in un giorno della settimana: è ragionevole pensare che ciò possa succedere in media in un giorno qualsiasi senza preferenze. Viene da dire che la probabilità di avere il venerdì 17, in un mese preso a caso, sia $1/7$. Come verificarlo?

Quanti venerdì 17 in un anno?

Ammesso che sia corretto dire che il venerdì 17 ha probabilità $1/7$, si può dire con quale probabilità un anno può avere 1, 2, 3 ... o nessun venerdì 17?

E' evidente che gli eventi "in questo mese il 17 è venerdì" non sono come il lancio di un dado, cioè non sono indipendenti, perché il primo giorno di un mese segue (nella settimana) l'ultimo del precedente. Occorre allora calcolare il giorno della settimana di tutti i venerdì dell'anno.

Dire venerdì 17 equivale a dire mercoledì 1

Possiamo semplificare le considerazioni che seguono parlando di mercoledì 1 invece che di venerdì 17. Infatti tra il 1 e il 17 ci sono 16 giorni, cioè due settimane e 2 giorni: ciò significa che se il primo del mese è mercoledì, sono mercoledì anche i giorni 8 e 15 e quindi il 17 né venerdì.

I giorni della settimana possono essere numerati in modo da rendere più facili i calcoli.

Cominciando dal lunedì, vale la tabella:

Lunedì	Martedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica
1	2	3	4	5	6	7

Si può allora dire che mercoledì 1 equivale a venerdì 17 dato che:

$$3 + (17-1) = 19 = 7 * 2 + 5 = 5 \text{ (modulo 7)}$$

Siamo partiti dal 3 (mercoledì) per giungere al 5 (venerdì) come resto nella divisione per 7 (giorni della settimana). Ecco introdotto il calcolo in modulo. Alla domenica (7) conviene associare 0 (resto di $7:7$).

Un anno non bisestile ha 365 giorni: $365 = 1 \text{ (modulo 7)}$. Dopo un anno non bisestile il primo dell'anno va in avanti di 1 nella settimana, dopo un anno bisestile invece va avanti di due.

In questo anno 2011, il primo del mese casca nei giorni della settimana riportati in tabella:

Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago	Set	Ott	Nov	Dic
31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31
6	2	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4

Il primo gennaio 2011 era sabato (6), il primo febbraio è $2 = 6+31 = 37 = 2 \pmod{7}$ e quindi martedì, e così di seguito. Ecco che il primo maggio è domenica (0, hai noi perdiamo una festa) e giugno è mercoledì (3). In questo anno ci sarà un solo venerdì 17 corrispondente proprio a mercoledì 1 (a giugno).

Quanti sono i venerdì 17 in un anno?

E' evidente che il numero di venerdì 17 (o di mercoledì 1) di un anno dipende proprio dal giorno della settimana del primo dell'anno. Possiamo costruire una tabella (ad esempio usando EXCEL) che ripeta il calcolo per tutti possibili primi dell'anno negli anni non bisestili:

GEN	FEB	MAR	APR	MAG	GIU	LUG	AGO	SET	OTT	NOV	DIC	
31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31	
1	4	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6	1
2	5	5	1	3	6	1	4	0	2	5	0	1
3	6	6	2	4	0	2	5	1	3	6	1	2
4	0	0	3	5	1	3	6	2	4	0	2	2
5	1	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3	2
6	2	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4	2011 1
0	3	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5	2006 3

Negli anni non bisestili avremo quindi in tre casi un solo venerdì 17 (o mercoledì 1 evidenziato in grigio) come nel 2011, in tre casi due e in un solo caso (quando il primo dell'anno è domenica come è stato nel 2006) tre.

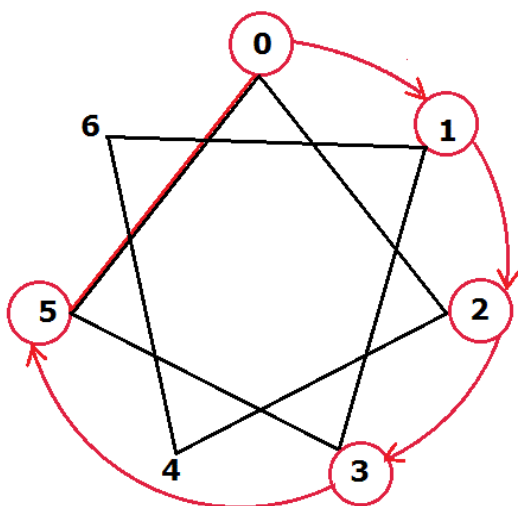
Una tabella simile da conto degli anni bisestili: cambia il numero di giorni di febbraio e quindi da marzo in poi il primo del mese cresce (in modulo 7) di 1

GEN	FEB	MAR	APR	MAG	GIU	LUG	AGO	SET	OTT	NOV	DIC	
31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31	
1	4	5	1	3	6	1	4	0	2	5	0	1
2	5	6	2	4	0	2	5	1	3	6	1	1
3	6	0	3	5	1	3	6	2	4	0	2	2020 3
4	0	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3	2
5	1	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4	1
6	2	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5	2
0	3	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6	2

Sorprendentemente la situazione non cambia: ci sono ancora tre anni con un venerdì 17, tre con due e uno con tre. Ad esempio, nel 2020 ci saranno tre venerdì 17: a gennaio, aprile e luglio. Si controlli con un calendario come quello di windows.

In che giorno della settimana casca il primo dell'anno?

Si è già detto che il primo dell'anno va avanti di un giorno della settimana dopo un anno non bisestile e di due giorni dopo un anno bisestile. Consideriamo un ciclo di 4 anni, tre non bisestili e il quarto bisestile. Al termine del ciclo il primo dell'anno si sposta in avanti di 5 giorni nella settimana. Il grafico che segue rappresenta l'andamento dei giorni nella settimana ripetendo più volte il ciclo di quattro anni:



Fissiamo per comodità il primo dell'anno all'inizio del ciclo di quattro anni di domenica. Il secondo anno comincia di lunedì, il terzo di martedì e il quarto di mercoledì. Il quarto anno è bisestile e quindi il primo dell'anno del ciclo successivo è di venerdì.

Continuando allo stesso modo, ossia saltando ogni volta di 5 in 5, i cicli successivi cominceranno in ordine di mercoledì, lunedì, sabato, giovedì, martedì per riprendere alla fine domenica.

Ogni tratto nero rappresenta un ciclo di quattro anni; la figura mostra una stella (7,5) di 7 lati. Quindi la sequenza dei primi dell'anno è un ciclo di 28 anni.

Se il ciclo di 28 anni comincia di domenica, ecco la sequenza completa dei primi dell'anno:

0,1,2,3,5,6,0,1,3,4,5,6,1,2,3,4,6,0,1,2,4,5,6,0,2,3,4,5

Come si può constatare, ciascun giorno della settimana compare esattamente 4 volte. In effetti si può osservare che ciascun giorno della settimana è una volta bisestile e tre volte non bisestile.

Questa ultima osservazione, e le due tabelle che contano i venerdì 17, permettono di concludere che nei 28 anni ci sono 3 x 4 mesi con 1 venerdì 17, 3 x 4 mesi con 2 venerdì 17 e 1 x 4 mesi con 3 venerdì 17. In totale i venerdì 17 sono $12 + 24 + 12 = 48$

I mesi in 28 anni sono 12×28 . La probabilità quindi che un mese a caso abbia il venerdì 17 (o equivalentemente che il 17 di un mese a caso sia di venerdì) è, come si era previsto,

$$48 / (12 \times 28) = 1/7$$

Ora però possiamo aggiungere che un anno preso a caso ha probabilità $3/7$ di avere 1 solo venerdì 17, $3/7$ di averne 2 e $1/7$ di averne 3 e non ci sono altre possibilità.

Tutto giusto? Quasi, non abbiamo tenuto in conto i secoli non bisestili (come il 2000 ...), ma questa è un'altra storia.